

دوازدهم

فصل چهارم: مشتق	۱
محاسبه مشتق با استفاده از فرمول	۱
خط مماس بر منحنی (دوازدهم)	۲
مشتق تابع مرکب و قاعده زنجیری (دوازدهم)	۳
بررسی مشتق پذیری	۴
آهنگ تغییر (دوازدهم)	۵
فصل پنجم: کاربرد مشتق	۶
اکسترم‌های مطلق	۶
بهینه سازی (دوازدهم)	۶
بررسی یکنوایی تابع به کمک مشتق (دوازدهم)	۸
اکسترم‌های نسبی	۸
فصل ششم: هندسه	۹
بیضی	۹
دایره	۹
فصل هفتم: احتمال	۱۰
احتمال مقدماتی	۱۰
احتمال شرطی و قانون ضرب احتمال‌ها (یازدهم)	۱۱
پیشامدهای مستقل و ناسازگار (یازدهم)	۱۲
قانون احتمال کل (نمودار درختی) (یازدهم)	۱۳



دوازدهم

فصل چهارم: مشتق محاسبه مشتق با استفاده از فرمول

مرجع: سراسری- ۱۳۹۸

۱. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ کدام است؟

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{5}{6}$

مرجع: خارج از کشور- ۱۳۹۸

۲. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{-x - 1}{\sqrt{x}}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{4} + h) - f(\frac{1}{4})}{h}$ کدام است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

مرجع: خارج از کشور- ۱۳۹۸

۳. مشتق تابع $f(x) = x\sqrt{\frac{3x+1}{x+2}}$ در نقطه $x = -3$ کدام است؟

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$

۴. تابع $f(x) = \frac{4x - 5}{x + 1}$ با دامنه $[0, 8]$ ، یکی از خطوط مماس بر نمودار موازی پاره‌خطی است که ابتدا و انتهای نمودار را به هم وصل کند. این خط

مرجع: خارج از کشور- ۱۳۹۸

مماس، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- ① -۲ ② -۱٫۵ ③ -۱ ④ -۰٫۵

مرجع: سراسری- ۱۳۹۹

۵. مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \left(\frac{\sqrt[3]{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^3$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{15}{4}$

مرجع: خارج از کشور- ۱۳۹۹

۶. مقدار مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{2x - x^2}{3x + 5}\right)^2}$ در نقطه $x = -2$ کدام است؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ ۶

مرجع: سراسری- ۱۴۰۱

۷. اگر $f(x) = (x - 4)\sqrt{x + 3}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(5 - h) - 3f(5 - h) + 2}{h(5 - h)}$ کدام است؟

- ① $\frac{13}{30}$ ② $-\frac{5}{12}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{13}{15}$

مرجع: خارج از کشور- ۱۴۰۱

۸. اگر $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{2x^2 + x - 1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{2(x - 1)}$ کدام است؟

- ① -۱ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ ۱

۹. خط d در نقطه $(-1, 5)$ بر نمودار تابع f مماس است. اگر شیب خط d برابر $\frac{1}{p}$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}f(x)$ باشد، مقدار $g'(-1)$ کدام است؟

مرجع: سراسری- ۱۴۰۲

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{13}{6}$

مرجع: خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱۰. در تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} & ; 0 \leq x < 4 \\ [\frac{x}{4}](x^2 - 9x) & ; 4 \leq x < 8 \end{cases}$ مقدار $f'(2) - f'(5)$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

۱۱. در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} & ; 0 \leq x < 4 \\ \left[\frac{x}{4}\right](x^2 - 9x) & ; 4 \leq x < 8 \end{cases}$ مقدار $f'(5) - f'(2)$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$

۱۲. تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax + a|}{|x^3 + (m-2)x + a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است. اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود

باشد، مقدار آن کدام است؟

- ① $\sqrt{3}$ ② $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ③ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

خط مماس بر منحنی (دوازدهم)

مرجع: سراسری - ۱۳۹۹

۱۳. خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$ در نقطه $x = 4$ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 3

۱۴. خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $g(x) = ax^2 + bx$ در نقطه $x = 2$ ، مشترک‌اند. مقدار b ، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7

۱۵. فرض کنید نمودارهای دو تابع $y = x\sqrt{x}$ و $y = x^2 + ax + b$ در یک نقطه مشترک، بر یک خط مماس باشند. اگر طول نقطه مشترک ۴ باشد، مقدار b کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 12

۱۶. فرض کنید نمودارهای دو تابع $y = x\sqrt{x}$ و $y = x^2 + ax + b$ در یک نقطه مشترک، بر یک خط مماس باشند. اگر طول نقطه مشترک ۴ باشد، مقدار b کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 12

۱۷. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ را در نظر بگیرید. شیب خط مماس بر منحنی $f^{-1}(x)$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

- ① -12 ② -8 ③ 8 ④ 12

۱۸. از محل تقاطع نمودار منحنی $f(x) = \sqrt{x} + 2$ با وارون آن دو خط مماس یکی بر f و دیگری بر f^{-1} رسم می‌کنیم. اگر α زاویه حاده بین دو خط مماس باشد، مقدار $\sin(2\alpha)$ ، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

- ① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{225}{289}$ ④ $\frac{240}{289}$

۱۹. معادله خط مماس بر نمودار $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 3}$ در نقطه‌ای به طول واحد بر روی نمودار، به صورت $4y - 3x = n$ است. مقدار $m + n$ چقدر است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۱

- ① -3 ② -2 ③ 2 ④ 3

۲۰. اگر $y = 2x + b$ بر نمودار $y = \frac{x+a}{ax+1}$ در نقطه‌ای به طول واحد مماس باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

- ① صفر ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1

۲۱. در کدام نقطه از منحنی $y = x^2 - 4x + 5$ ، خط مماس بر منحنی، بر $6y - 3x = 1$ عمود است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

- ① $(-2, 17)$ ② $(-1, 10)$ ③ $(1, 2)$ ④ $(2, 1)$

۲۲. خط d موازی محور x ها، قرینه سهمی $y = x^2 + 1$ نسبت به محور x ها را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. فاصله خط d از مبدأ مختصات کدام است؟
مرجع: سراسری-۱۴۰۲

- ۱) ۱٫۲۵ ۲) ۳٫۲۵ ۳) ۰٫۷۵ ۴) ۲٫۷۵

۲۳. خط مماس بر منحنی $y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ در نقطه $(-1, -4)$ از منحنی عبور می‌کند. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟
مرجع: سراسری-۱۴۰۳

- ۱) ۰٫۳ ۲) ۰٫۴ ۳) ۰٫۶ ۴) ۰٫۸

۲۴. خط $5y - x = 5$ در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی $y = \frac{ax - 1}{3x + 1}$ مماس است. مقدار a کدام است؟
مرجع: سراسری-۱۴۰۳

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $\frac{4}{7}$ ۴) $\frac{9}{7}$

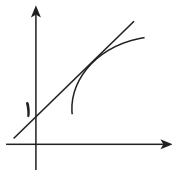
۲۵. خط مماس بر منحنی $f(x) = \sqrt{ax - 1}$ در نقطه A از نقاط $(-1, 1)$ و $(2, 2)$ می‌گذرد. مقدار $f(5)$ کدام است؟
مرجع: سراسری-۱۴۰۳

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) $\frac{\sqrt{23}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{32}}{3}$

۲۶. خط مماس بر منحنی $f(x) = \frac{a}{2x - 1}$ از نقاط $(2, 6)$ و $(-0.5, -12)$ می‌گذرد. مقدار $f(5)$ کدام است؟
مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۳

- ۱) $-\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۲۷. نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟
مرجع: سراسری-۱۴۰۴



- ۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۲۸. نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور x مماس است. مقدار $b - a$ کدام است؟
مرجع: سراسری-۱۴۰۴

- ۱) -۴ ۲) -۲ ۳) ۴ ۴) ۲

۲۹. خط $y + ax = 2$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f(4) + f'(4) = -1$ باشد، مقدار $f'(4)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۰٫۶ ۳) -۰٫۶ ۴) -۱

۳۰. خط d از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع $f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2 + 3)$ مماس است. شیب خط d چقدر است؟
مرجع: سراسری-۱۴۰۴

- ۱) $4\sqrt{2}$ ۲) $8\sqrt{2}$ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۳۱. خط $y = -ax - 5$ در نقطه‌ای به طول ۳ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f'(3) - f(3) = 2$ باشد، $f'(3)$ چند برابر $f'(3)$ است؟

- ۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $-\frac{1}{3}$ ۳) $-\frac{1}{6}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۳۲. خط d از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{-2x^2 + x + 1}$ در نقطه A مماس است. عرض نقطه A کدام است؟
مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۴

- ۱) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ۴) $\sqrt{2}$

مشتق تابع مرکب و قاعده زنجیری (دوازدهم)

۳۳. اگر $g(x) = \frac{2x + 1}{x - 1}$ و $(f \circ g)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ کدام است؟
مرجع: سراسری-۱۳۹۸

- ۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) ۳

مرجع: سراسری- ۱۳۹۸

۳۴. اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(fog)'(1)$ کدام است؟ (f در $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است.)

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۳۵. خط به معادله $y = 3x - 5$ در نقطه $x = 2$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x - 2} = \frac{2}{3}$ باشد، $(fog)'(2)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

مرجع: خارج از کشور- ۱۳۹۸

۳۶. فرض کنید $f(x) = (x[x^2 + \frac{1}{x}])^2 + 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ، مقدار مشتق تابع fog در $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ چند برابر $(-128\sqrt{2})$ است؟

- ۱) -۴ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

مرجع: سراسری- ۱۴۰۰

۳۷. فرض کنید $f(x) = (x[x])^3$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ؛ مقدار مشتق چپ تابع fog در $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ چند برابر $(-48\sqrt{5})$ است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

مرجع: خارج از کشور- ۱۴۰۰

۳۸. فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & ; x < -1 \\ x & ; -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & ; x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1 - x^2$ تعداد عناصر مجموعه نقاطی که fog یا gof در آن‌ها مشتق پذیر نیست کدام است؟

مرجع: سراسری- ۱۴۰۰

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۳۹. تابع f مشتق پذیر و با دوره تناوب ۵ است. اگر $f'(-1) = \frac{3}{4}$ ، $f(x) = f(x+1) + f(3x+1)$ باشد، حاصل $g'(-2)$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) $\frac{7}{2}$ ۳) $\frac{13}{2}$ ۴) $\frac{13}{2}$

مرجع: سراسری- ۱۴۰۱

۴۰. اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}$ باشد، مقدار $g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))$ کدام است؟

مرجع: سراسری- ۱۴۰۲

- ۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) -۱

۴۱. اگر $f(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{x+|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^5 + |x^5|}$ باشد، مقدار $g'(\sqrt[5]{3})f'(g(\sqrt[5]{3}))$ کدام است؟

مرجع: خارج از کشور- ۱۴۰۲

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $-\frac{1}{3}$ ۳) -۱ ۴) ۱

۴۲. مقدار مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

مرجع: سراسری- ۱۴۰۳

- ۱) -۱۴ ۲) -۱۱ ۳) -۹ ۴) -۷

بررسی مشتق پذیری

مرجع: سراسری- ۱۳۹۸

۴۳. تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ ، روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. مقدار b کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

مرجع: سراسری- ۱۳۹۸

۴۴. تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{x^2} + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ ، در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۴۵. در تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{ax+b} & ; x > 2 \\ -x^3 + 6x & ; x \leq 2 \end{cases}$ اگر $f'(2)$ موجود باشد، a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

۴۶. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{3}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

مرجع: سراسری - ۱۳۹۹

۴۷. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{3}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ مشتق پذیر است. مقدار c کدام است؟

- $-\frac{2}{3}$ (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

۴۸. فرض کنید $g(x) = ax^2 + bx + c$ ، $(a \neq 0)$ ، $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq k \\ g'(x) & x < k \end{cases}$ باشد اگر f یک تابع مشتق پذیر باشد حداکثر مقدار k با

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

شرط $b + c = a$ کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

۴۹. فرض کنید $g(x) = ax^2 + 5x + b$ اگر $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \leq 2 \\ g'(x) & x > 2 \end{cases}$ مشتق پذیر باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- $-\frac{15}{2}$ (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{15}{2}$ (۴)

مرجع: سراسری - ۱۴۰۴

۵۰. تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx + c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^3 + b - c$ کدام است؟

- $(a+1)^3 - 1$ (۱) $(a+1)^3 + 1$ (۲) $(a-1)^3 - 1$ (۳) $(a-1)^3 + 1$ (۴)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۵۱. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x^3 - 2x|}{x}$ در چند نقطه از دامنه اش مشتق ناپذیر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

آهنگ تغییر (دوازدهم)

۵۲. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه ای در $x = 2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه $[1, 4]$ ، کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

- $0,25$ (۱) $0,5$ (۲) $0,45$ (۳) $0,75$ (۴)

۵۳. در تابع $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 2]$ از آهنگ تغییر لحظه ای آن در $x = \frac{3}{4}$ چقدر بیشتر است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

- $0,10$ (۱) $0,15$ (۲) $0,20$ (۳) $0,25$ (۴)

۵۴. در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 4]$ از آهنگ تغییر لحظه ای آن در $x = \frac{3}{4}$ چقدر کمتر

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

است؟

- $0,03$ (۱) $0,04$ (۲) $0,05$ (۳) $0,06$ (۴)

مرجع: سراسری - ۱۳۹۹

۵۵. آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه ای این تابع، در کدام طول x است؟

- $4 + \sqrt{2}$ (۱) $3 + 2\sqrt{2}$ (۲) $2 + \frac{3}{4}\sqrt{2}$ (۳) $2 + \frac{5}{4}\sqrt{2}$ (۴)

۵۶. در بازه $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin x \cos 2x$ چند برابر آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin^4 x - \cos^4 x$ است؟

- مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱
- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۷. آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (x^2 + 1)^3(ax + 1)$ در بازه $[-1, 0]$ برابر ۱۱- است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در نقطه $x = -2a$ کدام است؟

- مرجع: سراسری - ۱۴۰۳
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۸ (۴) -۸

۵۸. آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟ ($a \neq 0$)

- مرجع: سراسری - ۱۴۰۴
- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{6}$

فصل پنجم: کاربرد مشتق اکسترمم‌های مطلق

۵۹. فاصله نقطه مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$ ، از خط مجانب قائم آن کدام است؟

- مرجع: سراسری - ۱۳۹۸
- (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۶۰. حاصل ضرب بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x}$ برابر $\sqrt{12}$ است. اگر $a > 0$ باشد، مقدار $[a]$ کدام است؟

- مرجع: سراسری - ۱۴۰۲
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۶۱. ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2}|x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $\frac{1}{5}$ است. مقدار a کدام است؟

- مرجع: سراسری - ۱۴۰۴
- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) ۱

بهبینه سازی (دوازدهم)

۶۲. بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و رأس چهارم آن، بر روی منحنی به معادله $y = \sqrt{12-x}$ ، در ناحیه اول واقع شود، کدام است؟

- مرجع: سراسری - ۱۳۹۸
- (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{3}$ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۶۳. بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر قطر نیم‌دایره به شعاع ۶ واحد و دو رأس دیگر آن روی این نیم‌دایره باشد، کدام است؟

- مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸
- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۶

۶۴. از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیش‌ترین باشد؟

- مرجع: سراسری - ۱۳۹۹
- (۱) $\frac{2}{1}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{1}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{1}$

۶۵. کوتاه‌ترین فاصله نقطه $A(5, 0)$ از نقاط منحنی به معادله $y = \sqrt{2x+7}$ کدام است؟

- مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹
- (۱) ۴ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) ۵ (۴) $3\sqrt{3}$

۶۶. قرینه نقطه A واقع بر سهمی $f(x) = x^2$ را نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم صفحه مختصات تعیین کرده و آن را A' می‌نامیم. اگر طول نقطه A بین دو طول متوالی از محل‌های تقاطع تابع f با خط نیمساز موردنظر باشد، ماکزیمم طول پاره خط AA' کدام است؟

- مرجع: سراسری - ۱۴۰۰
- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

۶۷. حداکثر مساحت جانبی استوانه‌ای که درون یک کره به شعاع $4\sqrt{2}$ محاط می‌شود، کدام است؟

- مرجع: سراسری - ۱۴۰۰
- (۱) 32π (۲) 64π (۳) $\frac{256\pi}{3}$ (۴) $\frac{512\pi}{3}$

۶۸. قرینه نقطه A واقع بر منحنی $f(x) = \sqrt[3]{-x}$ را در دامنه $[0, 1]$ نسبت به نیمساز ناحیه دوم و چهارم صفحه مختصات تعیین و آن را A' می‌نامیم. ماکزیمم طول پاره خط AA' ، کدام است؟
مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

$\frac{4}{3\sqrt{2}}$ (۴)

$\frac{2}{3\sqrt{2}}$ (۳)

$\frac{4}{3\sqrt{6}}$ (۲)

$\frac{2}{3\sqrt{6}}$ (۱)

۶۹. کوتاه‌ترین فاصله سهمی $y^2 = 4x$ از نقطه $M(3, 0)$ ، کدام است؟
مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

۳ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۷۰. از بین مخروط‌های حاصل که از دوران کامل پاره خط AB با اندازه $3\sqrt{3}$ حول خط L به دست می‌آیند، ارتفاع مخروطی با بیشترین حجم، کدام است؟
مرجع: سراسری - ۱۴۰۱ (فقط نقطه A روی خط L واقع است.)

$\sqrt{3}$ (۴)

$2\sqrt{3}$ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

۷۱. در ساخت قوطی‌های حلبی در باز به شکل مکعب مستطیل با قاعده مربع و حجم ۴ واحد مکعب، حداقل حلب استفاده شده در هر قوطی، چند واحد مربع است؟
مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

۸ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲ (۲)

۱۴ (۱)

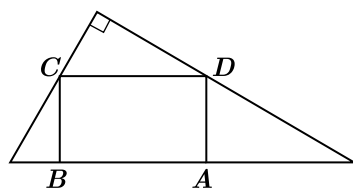
۷۲. کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = \sqrt{x - [x^2]}$ از خط $2x - y + 2 = 0$ کدام است؟
مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

$\frac{3\sqrt{5}}{10}$ (۴)

$\frac{\sqrt{5}}{10}$ (۳)

$\frac{3\sqrt{5}}{8}$ (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۱)



۷۳. در شکل زیر، یکی از اضلاع قائمه مثلث بزرگ نصف دیگری است. اگر مساحت مستطیل $ABCD$ ماکزیمم باشد، نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟
مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۲

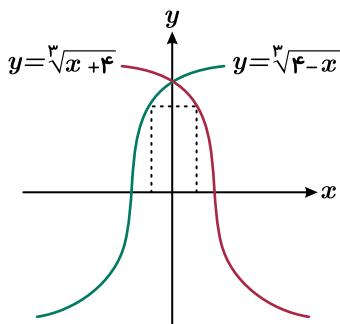
۱٫۵ (۲)

۲٫۵ (۴)

۱ (۱)

۲ (۳)

۷۴. مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور x ها و دو رأس دیگر آن بر نمودارهای داده شده در شکل زیر قرار دارد، کدام است؟
مرجع: سراسری - ۱۴۰۳



۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۷۵. اگر مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور x ها و دو رأس دیگر آن، یکی بر $y = \sqrt{x}$ و دیگری بر $y = \sqrt{a-x}$ واقع است برابر $\sqrt{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟
مرجع: سراسری - ۱۴۰۳

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

۷۶. مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور x ها و دو رأس دیگر آن یکی بر $y = \sqrt{x+1}$ و دیگری بر $y = \sqrt{2-x}$ قرار دارد، کدام است؟
مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۳

$\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

۷۷. نقطه A ، نقطه برخورد تابع $y = \sqrt{x+2}$ با محور عرض‌ها است. کمترین فاصله نقطه A از منحنی $y = x + |x|$ کدام است؟ مرجع: سراسری-۱۴۰۴
- (۱) $0,1\sqrt{10}$ (۲) $0,1\sqrt{5}$ (۳) $0,2\sqrt{10}$ (۴) $0,2\sqrt{5}$

بررسی یکنوایی تابع به کمک مشتق (دوازدهم)

۷۸. کدام عبارت برای تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2\sqrt{x^2-1}}$ درست است؟ مرجع: سراسری-۱۴۰۰
- (۱) تابع f در مجموعه $(0,1) \cup (1,+\infty)$ صعودی است. (۲) تابع f در بازه‌های $(0,1)$ و $(1,+\infty)$ صعودی است. (۳) تابع f در بازه $(1,+\infty)$ صعودی و در بازه $(0,1)$ نزولی است. (۴) تابع f در بازه $(1,+\infty)$ نزولی و در بازه $(0,1)$ صعودی است.

۷۹. بازه‌هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4}{x^3-8}$ در آنها اکیداً نزولی است را در نظر بگیرید. ماکزیم طول این بازه‌ها کدام است؟ مرجع: سراسری-۱۴۰۰
- (۱) ۲ (۲) $\sqrt[3]{4}-1$ (۳) $2\sqrt[3]{4}$ (۴) $2(\sqrt[3]{4}-1)$

۸۰. مجموعه مقادیری از اعداد حقیقی که در آن تابع $f(x) = 3\sqrt[3]{x} + |x|$ صعودی باشند، کدام است؟ مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۰
- (۱) $[-1, \infty)$ (۲) $(-\infty, \infty)$ (۳) $[-1, 0) \cup (0, \infty)$ (۴) $[-3\sqrt[3]{3}, 0]$

۸۱. تعداد بازه‌هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4-3}{x^2-2}$ ؛ $x \in (-2, 2)$ ، در آنها اکیداً نزولی باشد، کدام است؟ مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۰
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

اکسترم‌های نسبی

۸۲. در تابع با ضابطه $f(x) = x|x-4|$ ، فاصله دو نقطه ماکسیم نسبی و مینیم نسبی آن، کدام است؟ مرجع: سراسری-۱۳۹۸
- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۸۳. در تابع با ضابطه $f(x) = x|x| - 2x$ ، فاصله دو نقطه ماکسیم نسبی و مینیم نسبی آن، کدام است؟ مرجع: خارج از کشور-۱۳۹۸
- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۳ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) ۴

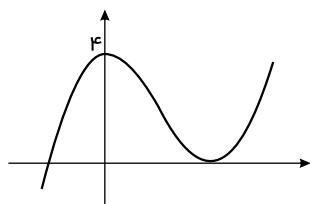
۸۴. فاصله نقطه ماکسیم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{4x-x^2}$ ، از نیمساز ناحیه اول کدام است؟ مرجع: سراسری-۱۳۹۹
- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

۸۵. مقدار ماکسیم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x^2+1}$ ، کدام است؟ مرجع: خارج از کشور-۱۳۹۹
- (۱) $-1+\sqrt{5}$ (۲) $1+\sqrt{5}$ (۳) $-1+\sqrt{3}$ (۴) $1+\sqrt{3}$

۸۶. تعداد نقاط اکسترم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4|$ کدام است؟ مرجع: سراسری-۱۴۰۰
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸۷. فرض کنید A و B نقاط اکسترم نسبی تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ باشند. چند نقطه روی نمودار f وجود دارد که خطوط مماس بر آنها موازی پاره خط AB است؟ مرجع: سراسری-۱۴۰۰
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۸. نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. طول نقطه مینیم نسبی تابع، کدام است؟ مرجع: سراسری-۱۴۰۱



- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

مرجع: سراسری- ۱۴۰۱

۸۹. نقطه $A(-1, 1)$ اکستریم نسبی تابع $y = x^2|x| + 3ax^2 + b$ است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- ۱) -3 ۲) $-\frac{1}{3}$ ۳) 3 ۴) $\frac{1}{3}$

۹۰. نمودار تابع $y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4$ در نقاطی به طول صفر و -2 دارای اکستریم نسبی است. بین نقاط اکستریم نسبی این تابع، چقدر است؟

- ۱) $2\sqrt{5}$ ۲) $2\sqrt{11}$ ۳) $2\sqrt{15}$ ۴) $2\sqrt{101}$

مرجع: خارج از کشور- ۱۴۰۱

۹۱. نقاط $A(0, 0)$ و $B(1, 1)$ نقاط اکستریم نسبی تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ هستند. حاصل ab کدام است؟

- ۱) -3 ۲) -6 ۳) 3 ۴) 6

مرجع: خارج از کشور- ۱۴۰۱

فصل ششم: هندسه بیضی

۹۲. در یک بیضی به کانون های $(2, -1)$ و $(2, 7)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

- ۱) $\frac{5}{6}$ ۲) $\frac{6}{64}$ ۳) $\frac{5}{75}$ ۴) $\frac{8}{9}$

۹۳. نقطه $(-12, 0)$ یکی از کانون های یک بیضی است که طول قطر کوچک آن برابر ۱۸ است. اگر مبدأ مختصات مرکز بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی، چقدر است؟

مرجع: سراسری- ۱۴۰۱

- ۱) $\frac{5}{6}$ ۲) $\frac{8}{9}$ ۳) $\frac{4}{1}$ ۴) $\frac{8}{1}$

۹۴. نقاط $F(0, 0)$ و $F'(a, 0)$ کانون های یک بیضی و $A(0, -1)$ یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

مرجع: سراسری- ۱۴۰۳

- ۱) $2\sqrt{5}$ ۲) $-2\sqrt{5}$ ۳) $3\sqrt{5}$ ۴) $4\sqrt{5}$

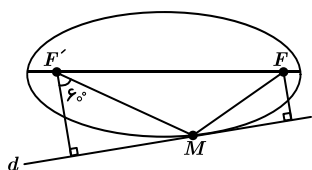
۹۵. نقطه $(0, a)$ و مبدأ مختصات، کانون های یک بیضی بوده و $(-3, 0)$ یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، طول قطر کوچک بیضی کدام است؟

مرجع: خارج از کشور- ۱۴۰۳

- ۱) $6\sqrt{6}$ ۲) $6\sqrt{2}$ ۳) $3\sqrt{6}$ ۴) $3\sqrt{2}$

۹۶. در شکل زیر، خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر فاصله بین پای عمودهای رسم شده از دو کانون F و F' بر خط d برابر $2\sqrt{3}$ باشد، طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟

مرجع: سراسری- ۱۴۰۴



- ۱) 2 ۲) 3 ۳) 4 ۴) 6

دایره

۹۷. طول کوتاه ترین وتری که از $(-1, 2/5)$ در دایره $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 1 = 0$ رسم می شود، کدام است؟

مرجع: سراسری- ۱۴۰۲

- ۱) $\sqrt{5}$ ۲) $\sqrt{7}$ ۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

۹۸. نقطه $C(-1, 4)$ مرکز یک دایره است که بر روی خط $2x - 3y + 1 = 0$ وتری به طول $2\sqrt{7}$ جدا می کند. این دایره خط $y = 2$ را با کدام طول، قطع می کند؟

مرجع: خارج از کشور- ۱۳۹۸

- ۱) $3, -5$ ۲) $2, -4$ ۳) $-1 \pm \sqrt{2}$ ۴) $-1 \pm \sqrt{3}$

۹۹. طول وتری از دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 1$ که روی خط $2y + x = a$ قرار دارد، برابر ۳ است. اختلاف مقادیر a چقدر است؟

- مرجع: سراسری-۱۴۰۲ ۱) $\sqrt{35}$ ۲) $\sqrt{38}$ ۳) $3\sqrt{6}$ ۴) $5\sqrt{3}$

۱۰۰. خط $3y + 2x = 9$ در نقطه $(3, 0)$ بر دایره $x^2 + y^2 + 3x + ay = c$ مماس است. مقدار a کدام است؟

- مرجع: سراسری-۱۴۰۳ ۱) $3,5$ ۲) $-3,5$ ۳) $1,5$ ۴) $-1,5$

۱۰۱. مختصات مرکز دایره‌ای که از نقطه $(4,5)$ بگذرد و بر خط $3x - 2y = 6$ در نقطه $(2, 0)$ مماس باشد، کدام است؟

- مرجع: سراسری-۱۴۰۴ ۱) $(2,5, 4)$ ۲) $(3, 1,5)$ ۳) $(4, -3,5)$ ۴) $(3,5, -1)$

۱۰۲. دایره‌های $x^2 + y^2 + 2y = 3$ و $x^2 + y^2 + 2x = 3$ معادله وتر مشترک این دو دایره کدام است؟

- مرجع: سراسری-۱۴۰۰ ۱) $x = y$ ۲) $x = 1 + y$ ۳) $x = -y$ ۴) $x = 1 - y$

۱۰۳. دایره $x^2 + y^2 + 2y = 3$ مفروض است. معادله دایره‌ای که با دایره قبلی مماس داخل بوده و از نقطه $(0, -3)$ گذشته و شعاع آن با قطر دایره

قبلی برابر باشد، کدام است؟

- مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۰ ۱) $x^2 + y^2 - 2y = 15$ ۲) $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$ ۳) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ ۴) $x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0$

۱۰۴. دو دایره $x^2 + y^2 + 2y - 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2y = 2$ نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟

- مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۱ ۱) مماس بیرون ۲) متقاطع ۳) متخارج ۴) متداخل

۱۰۵. نقطه‌های M و N به ترتیب روی دو دایره متخارج $x^2 + y^2 + 2y = a$ و $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 6a = 0$ قرار دارند. اگر بیشترین

فاصله M و N برابر ۸ باشد، مقدار a کدام است؟

- مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۲ ۱) $2,5$ ۲) 2 ۳) $1,5$ ۴) 1

فصل هفتم: احتمال احتمال مقدماتی

۱۰۶. پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار

می‌گیرند؟

- مرجع: سراسری-۱۳۹۹ ۱) $\frac{1}{14}$ ۲) $\frac{1}{21}$ ۳) $\frac{1}{28}$ ۴) $\frac{1}{56}$

۱۰۷. ۱۰ نفر در یک صف ایستاده‌اند. با کدام احتمال دو فرد موردنظر از آنها، در کنار هم نیستند؟

- مرجع: خارج از کشور-۱۳۹۹ ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{4}{5}$ ۴) $\frac{9}{10}$

۱۰۸. با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی می‌سازیم که در آن رقم تکراری به کار نرفته باشد، یک عضو از مجموعه فوق انتخاب

می‌کنیم. احتمال اینکه عضو انتخاب شده بر ۴ بخش پذیر باشد کدام است؟ (با کمی تغییر)

- مرجع: سراسری-۱۴۰۰ ۱) $\frac{13}{21}$ ۲) $\frac{4}{7}$ ۳) $\frac{3}{7}$ ۴) $\frac{1}{5}$

۱۰۹. با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی می‌سازیم، که در هر عضو آن، رقم تکراری به کار نرفته باشد. یک عضو از مجموعه فوق

انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عضو انتخاب بر ۳ بخش پذیر باشد، کدام است؟

- مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۰ ۱) $\frac{66}{205}$ ۲) $\frac{67}{205}$ ۳) $\frac{168}{325}$ ۴) $\frac{177}{325}$

۱۱۰. سه عدد را به طور متوالی و بدون جایگذاری از میان اعداد ۱ تا n انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد سوم ۱۰ باشد، برابر $\frac{1}{15}$ است. در انتخاب

تصادفی سه عدد و بدون جایگذاری از میان همین اعداد، با کدام احتمال فقط عدد سوم مضرب ۳ است؟

- مرجع: سراسری-۱۴۰۲ ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{15}{91}$ ۴) $\frac{5}{51}$

۱۱۱. یک سکه را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا برای بار k ام «رو» ظاهر شود. احتمال آنکه دقیقاً n بار پرتاب لازم شود، $\frac{k}{k+5}$ برابر احتمال آن است که در n

مرجع: سراسری-۱۴۰۲

پرتاب k بار سکه «رو» بیاید. کدام مقدار می‌تواند $n+k$ باشد؟

۵ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)

۱۱۲. یک سکه را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا برای بار m ام «رو» ظاهر شود. احتمال آنکه دقیقاً n بار پرتاب لازم شود، $\frac{m}{m+3}$ برابر احتمال آن است که در

مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۲

n پرتاب m بار سکه «رو» بیاید. کدام مقدار می‌تواند nm باشد؟

۳۵ (۴)

۴۰ (۳)

۴۵ (۲)

۵۰ (۱)

مرجع: سراسری-۱۴۰۳

۱۱۳. دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد ظاهر شده متوالی و برابر نیستند؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{5}{9}$ (۲)

$\frac{5}{12}$ (۱)

مرجع: سراسری-۱۴۰۳

۱۱۴. دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال یکی از اعداد ظاهر شده، بزرگ‌تر از دیگری است؟

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{1}{6}$ (۳)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{7}{12}$ (۱)

مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۳

۱۱۵. در پرتاب دو تاس با کدام احتمال عدد ظاهر شده یک تاس کمتر از دیگری است؟

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{1}{6}$ (۳)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{7}{12}$ (۱)

۱۱۶. در یک کیسه کارتهایی به شماره ۱ تا ۸ وجود دارد. ۳ کارت به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم، با کدام احتمال یکی از اعداد روی کارتها

مرجع: سراسری-۱۴۰۴

شمارنده دوتای دیگر است؟

$\frac{25}{56}$ (۴)

$\frac{9}{56}$ (۳)

$\frac{3}{8}$ (۲)

$\frac{3}{7}$ (۱)

۱۱۷. در یک ظرف ۵ مهره سیاه و تعدادی مهره سبز وجود دارد. دو مهره به تصادف از ظرف خارج می‌شود، احتمال اینکه حداقل یک مهره سیاه باشد،

مرجع: سراسری-۱۴۰۴

برابر $\frac{5}{6}$ است. تعداد مهره سبز چقدر از تعداد مهره سیاه کمتر است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۱۸. در یک کیسه کارتهایی با شماره ۱ تا ۸ وجود دارد. ۲ کارت به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم، با کدام احتمال اعداد روی کارتها، یکی

مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۴

مضرب دیگری است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{3}{7}$ (۲)

$\frac{3}{10}$ (۱)

۱۱۹. در کیسه‌ای تعدادی مهره سفید و سیاه وجود دارد که تعداد مهره‌ها از یک رنگ ۲ برابر دیگری است. دو مهره یکی پس از دیگری از کیسه به

مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۴

تصادف خارج می‌شود، احتمال اینکه مهره‌ها هم‌رنگ نباشند برابر $\frac{1}{3}$ است. در ابتدا مجموع مهره‌های داخل کیسه کدام است؟

۶ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

احتمال شرطی و قانون ضرب احتمال‌ها (یازدهم)

۱۲۰. احتمال موفقیت فردی، در آزمون اول ۷/۰ و در آزمون دوم ۶/۰ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی در آزمون دوم

مرجع: سراسری-۱۳۹۸

۸/۰ است. با کدام احتمال، لااقل در یکی از دو آزمون، موفق می‌شود؟

۰/۸۴ (۴)

۰/۸۲ (۳)

۰/۷۶ (۲)

۰/۷۴ (۱)

۱۲۱. در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رویت خارج می‌کنیم. سپس از بین بقیه مهره‌ها، ۲ مهره بیرون می‌کشیم. با

مرجع: سراسری-۱۳۹۸

کدام احتمال هر دو مهره اخیر، سفید است؟

$\frac{5}{22}$ (۴)

$\frac{4}{11}$ (۳)

$\frac{2}{11}$ (۲)

$\frac{1}{11}$ (۱)

۱۲۲. احتمال اینکه یک دانش‌آموز در یک امتحان نمرهٔ قبولی بگیرد ۰٫۹ و در دو امتحان متوالی نمرهٔ قبولی بگیرد ۰٫۸۵ است. اگر دانش‌آموز در امتحان دوم موفق باشد احتمال اینکه در امتحان قبلی نیز موفق شده باشد کدام است؟
مرجع: سراسری- ۱۴۰۰

- ① $\frac{8}{9}$ ② $\frac{85}{94}$ ③ $\frac{17}{18}$ ④ $\frac{45}{47}$

۱۲۳. احتمال متولد شدن یک خرگوش نر در یک نسل در اولین دورهٔ بارداری مادر، ۷۰ درصد و احتمال متولد شدن دو خرگوش نر در دو بار متوالی زایمان ۶۰ درصد است. اگر دومین فرزند خرگوش، نر باشد، احتمال آنکه در زایمان قبلی خرگوش نر به دنیا آمده باشد، کدام است؟ (فرض بر این است که در هر دوره فقط یک تولد صورت می‌گیرد).
مرجع: خارج از کشور- ۱۴۰۰

- ① $\frac{20}{27}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{6}{7}$

۱۲۴. احتمال شیوع یک بیماری در جامعه‌ای برابر ۰٫۰۸ و احتمال بهبود یافتن فرد مبتلا به این بیماری برابر ۰٫۵ است. احتمال این که فردی از این جامعه به این بیماری مبتلا شود و بهبود یابد، چند درصد است؟
مرجع: سراسری- ۱۴۰۱

- ① ۰٫۰۲ ② ۰٫۰۴ ③ ۲ ④ ۴

۱۲۵. احتمال اینکه یک کشتی‌گیر رقیب اصلی خود را ببرد $\frac{1}{5}$ و احتمال کسب مدال طلا برای او $\frac{1}{3}$ بوده و در صورتی که اصلی‌ترین رقیب خود را ببرد به $\frac{1}{3}$ افزایش خواهد یافت. با کدام احتمال، این کشتی‌گیر قهرمان می‌شود یا رقیب اصلی خود را می‌برد؟
مرجع: سراسری- ۱۴۰۲

- ① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{11}{30}$ ③ $\frac{13}{30}$ ④ $\frac{7}{15}$

۱۲۶. احتمال اینکه امیر برای قبولی در رشتهٔ پزشکی، یکی از سه دانشگاه A ، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، ۰٫۴، ۰٫۳۵ و ۰٫۲۵ است. اگر او یکی از دانشگاه‌های A ، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، با احتمال ۰٫۲۵، ۰٫۳ و ۰٫۳۵ در آن دانشگاه پذیرفته می‌شود. چند درصد احتمال دارد که امیر در رشتهٔ پزشکی قبول شود؟
مرجع: سراسری- ۱۴۰۲

- ① ۰٫۵۵ ② ۰٫۵۵ ③ ۰٫۲۵ ④ ۰٫۲۵

۱۲۷. احتمال اینکه پارسا یکی از سه رشتهٔ A ، B و C را در دانشگاه انتخاب کند، به ترتیب ۰٫۲، ۰٫۴۵ و ۰٫۳۵ است. اگر او یکی از سه رشتهٔ A ، B و C را انتخاب کند، به ترتیب با احتمال ۰٫۲، ۰٫۲۵ و ۰٫۳ در آن رشته پذیرفته می‌شود. پارسا با کدام احتمال در رشتهٔ مورد علاقه‌اش پذیرفته می‌شود؟
مرجع: خارج از کشور- ۱۴۰۲

- ① ۰٫۲۴۵ ② ۰٫۲۴ ③ ۰٫۱۹۵ ④ ۰٫۱۹

۱۲۸. جعبهٔ A شامل ۶ مهرهٔ آبی، ۴ مهرهٔ سبز و ۵ مهرهٔ قرمز است و جعبهٔ B شامل ۵ مهرهٔ آبی، ۳ مهرهٔ سبز و ۶ مهرهٔ قرمز است. از جعبهٔ A به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در جعبهٔ B قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از جعبهٔ B انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال مهرهٔ خارج شده از جعبهٔ B آبی است؟
مرجع: سراسری- ۱۴۰۳

- ① ۰٫۳۶ ② ۰٫۳۲ ③ ۰٫۲۸ ④ ۰٫۲۴

۱۲۹. احتمال اینکه نیلوفر در درس ریاضی قبول شود $\frac{2}{3}$ احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال آنکه فقط دوستش در درس ریاضی قبول شود برابر $\frac{3}{8}$ باشد، با کدام احتمال هیچ‌کدام در درس ریاضی قبول نمی‌شوند؟
مرجع: سراسری- ۱۴۰۴

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$

پیشامدهای مستقل و ناسازگار (یازدهم)

۱۳۰. احتمال موفقیت فردی، در یک آزمون مستقل، ۲ برابر احتمال موفقیت دوست وی است. احتمال موفقیت لااقل یکی از آن دو، $\frac{7}{9}$ است. احتمال موفقیت این فرد کدام است؟
مرجع: خارج از کشور- ۱۳۹۸

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$

۱۳۱. فرض کنید علی و حسن دو کماندار باشند که با احتمال‌های $\frac{۶}{۱۰}$ و $\frac{۴}{۱۰}$ به هدف می‌زنند. اگر هر کدام از آنها یک بار تیراندازی کنند و بدانیم حداقل یک تیر به هدف اصابت کرده است، با کدام احتمال علی به هدف زده است؟
مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

- (۱) $\frac{۱۵}{۱۹}$ (۲) $\frac{۵}{۶}$ (۳) $\frac{۳}{۵}$ (۴) $\frac{۱۷}{۲۵}$

۱۳۲. احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب $\frac{۶}{۱۰}$ و $\frac{۴}{۱۰}$ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟
مرجع: سراسری - ۱۴۰۳

- (۱) $\frac{۵۲}{۱۰۰}$ (۲) $\frac{۷۶}{۱۰۰}$ (۳) $\frac{۴۸}{۱۰۰}$ (۴) $\frac{۳۶}{۱۰۰}$

۱۳۳. دو نماینده فوتبال ایران در لیگ قهرمانان آسیا در بازی نخست مقابل نمایندگان یک کشور دیگر صف‌آرایی می‌کنند. احتمال برنده شدن نمایندگان ایران در این بازی به ترتیب $\frac{۸}{۱۰}$ و $\frac{۳}{۱۰}$ است. با کدام احتمال فقط یکی از تیم‌های ایرانی برنده بازی است؟
مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۳

- (۱) $\frac{۸۶}{۱۰۰}$ (۲) $\frac{۷۲}{۱۰۰}$ (۳) $\frac{۶۲}{۱۰۰}$ (۴) $\frac{۵۶}{۱۰۰}$

قانون احتمال کل (نمودار درختی) (یازدهم)

۱۳۴. بهروز جهت مشارکت در یک مسابقه، از بین پرسش‌های ۵ بسته ریاضی، ۷ بسته تجربی و ۶ بسته علوم انسانی، به تصادف یک بسته اختیار کرده است. احتمال برنده شدن در هر بسته این دروس به ترتیب $\frac{۷}{۱۰}$ و $\frac{۸}{۱۰}$ و $\frac{۹}{۱۰}$ است. با کدام احتمال، بهروز برنده می‌شود؟
مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

- (۱) $\frac{۲۵}{۳۶}$ (۲) $\frac{۲۹}{۳۶}$ (۳) $\frac{۳۰}{۳۶}$ (۴) $\frac{۳۱}{۳۶}$

۱۳۵. دو سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو سکه «رو» یا هر دو «پشت» ظاهر شوند، یک سکه دیگر می‌اندازیم. در غیر این صورت دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. در مجموع با کدام احتمال، دقیقاً دو سکه به «پشت» ظاهر می‌شود؟
مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

- (۱) $\frac{۱}{۴}$ (۲) $\frac{۱}{۲}$ (۳) $\frac{۳}{۲}$ (۴) $\frac{۳}{۸}$

۱۳۶. سه ظرف یکسان داریم که هر کدام به ترتیب حاوی ۱۶، ۱۵ و ۱۴ مهره هستند. تعداد مهره‌های قرمز سه ظرف، به ترتیب ۴، ۶ و ۵ مهره است. احتمال انتخاب هر ظرف متناسب با تعداد مهره‌های آن ظرف است. یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و مهره‌ای بیرون می‌کشیم، با کدام احتمال، مهره انتخابی قرمز است؟
مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

- (۱) $\frac{۱}{۳}$ (۲) $\frac{۱۳۱}{۵۶}$ (۳) $\frac{۱}{۵}$ (۴) $\frac{۱۷}{۱۲۰}$

۱۳۷. در پرتاب ۱ تاس و ۳ سکه، با کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه رو می‌آید ۳ برابر عدد روی تاس است؟
مرجع: سراسری - ۱۴۰۴

- (۱) $\frac{۱}{۸}$ (۲) $\frac{۱}{۲۴}$ (۳) $\frac{۱}{۴۸}$ (۴) $\frac{۱}{۱۶}$